

Museumbeveiliging

Oplossingen & ouderhulp • extra bundel • Wiskunde • 3de jaar

De gouden regel voor de ouder

Geef **nooit meteen het antwoord**, maar stel een vraag uit de ladder hieronder. Zo blijft je dochter zelf nadenken. Je hoeft de wiskunde niet zelf te beheersen: de vragen volgen exact de stappen, en de volledige uitwerking staat eraanstaande zodat je kan meekijken.

De vragenladder (socratisch)

Gebruik deze vragen **in volgorde** en stop zodra ze weer verder kan:

1. 'Welke stap van het stappenplan ben je aan het maken – 2, 3, 4 of 5?'
2. (stap 2) 'Wat is de rico van r_2 ?' → tan van de gegeven hellingshoek γ . 'Welk punt gebruik je?' → B.
3. (stap 3) 'Stijgt of daalt spiegel 2?' → ze daalt, dus de rico is **negatief**: $\tan(-\beta)$. 'Welk punt?' → C.
4. (stap 4) 'Welke methode voor een stelsel?' → gelijkstelling: de twee rechterleden gelijkstellen, x oplossen, dan y.
5. (stap 5) 'Wat zegt de spiegelregel?' → $\tau = -2\beta - \gamma$. 'Ligt je hoek tussen -90° en 90° ?' Zo niet: $+180^\circ$.
6. (afwerking) 'Stap 6 lijkt op welke eerdere stap?' (stap 2) en 'stap 7 op welke?' (stap 4).
7. 'Klopt je antwoord ongeveer met een snelle schets? Heb je pas op het einde afgerond op 4 beduidende cijfers?'

Niveau 1 • Bouwstenen – met tips

Elke deelvaardigheid apart: rico uit een hoek, een rechte opstellen, een dalende spiegel, een stelsel, de spiegelregel en het snijpunt met de muur.

Nr.	Opgave	Oplossing (met tussenstappen)
1.1	De gegeven hellingshoek van r_2 is $\gamma = 6^\circ$. Bereken de richtingscoëfficiënt (rico) van r_2 . Rond op 3 cijfers na de komma.	rico = $\tan(6^\circ) = \mathbf{0,105}$
1.2	Stel de vergelijking op van de rechte door $B(-1 ; 2)$ met rico 0,5. Schrijf in de vorm $y = ax + b$.	$y - 2 = 0,5 \cdot (x + 1) \rightarrow y = 0,5x + 0,5 + 2 \rightarrow \mathbf{y = 0,5x + 2,5}$
1.3	Spiegel s_2 is een dalende rechte met draaihoek $\beta = 35^\circ$. Bereken de rico van s_2 . Rond op 3 cijfers na de komma.	rico = $\tan(-35^\circ) = \mathbf{-0,700}$ (negatief, want dalend)
1.4	Los het stelsel op met de gelijkstellingsmethode en geef het snijpunt: $y = 0,2x + 3$ & $y = -1,5x + 8$.	$0,2x + 3 = -1,5x + 8 \rightarrow 1,7x = 5 \rightarrow x \approx 2,941 ; y = 0,2 \cdot 2,941 + 3 \approx 3,588 \rightarrow \mathbf{(2,941 ; 3,588)}$
1.5	De hellingshoek van r_2 is $\gamma = 4^\circ$ en de draaihoek van spiegel 2 is $\beta = 55^\circ$. Bereken met de spiegelregel de hellingshoek τ van r_3 .	$\tau = -2 \cdot 55^\circ - 4^\circ = -114^\circ$; zelfde rechte $+180^\circ \rightarrow \tau = \mathbf{66^\circ}$
1.6	De rechte r_3 heeft rico 1,2 en gaat door $D(2 ; 5)$. Waar snijdt ze de muur $y = -1$? Geef de coördinaten van E.	$r_3: y = 1,2x + 2,6 ; -1 = 1,2x + 2,6 \rightarrow x = -3 \rightarrow \mathbf{E(-3 ; -1)}$

Zo help je als ouder bij niveau 1

- Dit niveau hakt de examenopgave in losse stukjes. Laat haar elk stukje los oefenen voor ze een volledige opgave aanpakt.
- Oef. 1.1 en 1.3: laat haar hardop zeggen 'rico = tan van de hellingshoek' en de rekenmachine op DEG zetten. Bij 1.3: 'stijgt of daalt de spiegel?' Dalend $\rightarrow$ min-teken.
- Oef. 1.4: vraag 'welke methode?' (gelijkstelling). 'Wat stel je gelijk?' (de twee rechterleden). Niet voorzeggen, enkel de methode benoemen.
- Oef. 1.5: laat haar de formule $\tau = -2\beta - \gamma$ opschrijven voor ze invult, en daarna controleren of de hoek tussen -90° en $+90^\circ$ ligt.

Niveau 2 • Volledige opgave – met tips

Nu de hele keten stap 2 t.e.m. 5 in één opgave, met een tip die je op weg helpt. Eindig bij de hellingshoek τ van r_3 .

Opgave 2.1

Gegeven: hellingshoek van r_2 : $\gamma = 6^\circ$ (dit krijg je op het examen) • draaihoek spiegel 2: $\beta = 50^\circ$ • draaipunt spiegel 1: B $(-2 ; 1)$ • draaipunt spiegel 2: C $(2 ; 1)$

Gevraagd: voer stap 2 t.e.m. 5 uit: stel r_2 en s_2 op, bereken snijpunt D, en bepaal de hellingshoek τ van r_3 .

Stap 2 – vergelijking van r_2 (rico uit de gegeven hellingshoek + punt B):

$$\text{rico} = \tan \gamma = \tan(6^\circ) = 0,1051$$

$$y - (1,000) = 0,1051 \cdot (x - (-2,000))$$

$$r_2: y = 0,1051 x + 1,210$$

Stap 3 – vergelijking van s_2 (drager spiegel 2). Let op: s_2 is een **dalende** rechte $\rightarrow$ hellingshoek $= -\beta$, dus rico $= \tan(-\beta)$:

$$\text{rico} = \tan(-50^\circ) = -1,1918 \text{ (negatief!)}$$

$$y - (1,000) = -1,1918 \cdot (x - 2,000)$$

$$s_2: y = -1,1918 x + 3,384$$

Stap 4 – snijpunt D (stelsel r_2 & s_2 , gelijkstellingsmethode):

$$0,1051 x + 1,210 = -1,1918 x + 3,384$$

$$(0,1051 - (-1,1918)) x = 3,384 - 1,210 \rightarrow 1,2969 x = 2,173$$

$$x_D = 1,6758 ; y_D = 0,1051 \cdot 1,6758 + 1,210 = 1,3863$$

$$\text{co(D)} = (1,676 ; 1,386)$$

Stap 5 – hellingshoek van r_3 (spiegelregel: hellingshoek uitgaand $= 2 \cdot$ hellingshoek spiegel $-$ hellingshoek invallend):

$$\tau = 2 \cdot (-\beta) - \gamma = 2 \cdot (-50^\circ) - 6^\circ = -106^\circ$$

$$\text{Zelfde rechte, } +180^\circ \rightarrow \tau = 74^\circ \text{ (rico } r_3 = \tan 74^\circ = 3,4874)$$

Opgave 2.2

Gegeven: hellingshoek van r_2 : $\gamma = 3^\circ$ (dit krijg je op het examen) • draaihoek spiegel 2: $\beta = 55^\circ$ • draaipunt spiegel 1: B $(-3 ; 2)$ • draaipunt spiegel 2: C $(1 ; 2)$

Gevraagd: voer stap 2 t.e.m. 5 uit: stel r_2 en s_2 op, bereken snijpunt D, en bepaal de hellingshoek τ van r_3 .

Stap 2 – vergelijking van r_2 (rico uit de gegeven hellingshoek + punt B):

$$\text{rico} = \tan \gamma = \tan(3^\circ) = 0,0524$$

$$y - (2,000) = 0,0524 \cdot (x - (-3,000))$$

$$r_2: y = 0,0524 x + 2,157$$

Stap 3 – vergelijking van s_2 (drager spiegel 2). Let op: s_2 is een **dalende** rechte $\rightarrow$ hellingshoek $= -\beta$, dus rico $= \tan(-\beta)$:

$$\text{rico} = \tan(-55^\circ) = -1,4281 \text{ (negatief!)}$$

$$y - (2,000) = -1,4281 \cdot (x - 1,000)$$

$$s_2: y = -1,4281 x + 3,428$$

Stap 4 – snijpunt D (stelsel r_2 & s_2 , gelijkstellingsmethode):

$$0,0524 x + 2,157 = -1,4281 x + 3,428$$

$$(0,0524 - (-1,4281)) x = 3,428 - 2,157 \rightarrow 1,4806 x = 1,2709$$

$$x_D = 0,8584 ; y_D = 0,0524 \cdot 0,8584 + 2,157 = 2,2022$$

$$\text{co(D)} = (0,858 ; 2,202)$$

Stap 5 – hellingshoek van r_3 (spiegelregel: hellingshoek uitgaand $= 2 \cdot$ hellingshoek spiegel $-$ hellingshoek invallend):

$$\tau = 2 \cdot (-\beta) - \gamma = 2 \cdot (-55^\circ) - 3^\circ = -113^\circ$$

$$\text{Zelfde rechte, } +180^\circ \rightarrow \tau = 67^\circ \text{ (rico } r_3 = \tan 67^\circ = 2,3559)$$

Zo help je als ouder bij niveau 2

- Vanaf hier is het de echte examenopgave: hellingshoek γ gegeven, zij voert stap 2-5 uit.
- Laat haar de 4 stappen als kopjes opschrijven ($r_2 - s_2 - D - \tau$) voor ze begint. Structuur is het halve werk.
- Veel voorkomende fout: het min-teken bij s_2 vergeten. Vraag gewoon 'stijgt of daalt spiegel 2?'
- Bij stap 4: 'welke oplossingsmethode voor een stelsel ken je?' (gelijkstelling, substitutie, combinatie). Gelijkstelling is hier het handigst.

Niveau 3 • Zonder tips

Zelfde soort opgaven, nu kies je zelf elke stap. Opgave 3.2 werk je volledig af tot het sensorpunt E.

Opgave 3.1

Gegeven: hellingshoek van r_2 : $\gamma = 8^\circ$ (dit krijg je op het examen) • draaihoek spiegel 2: $\beta = 48^\circ$ • draaipunt spiegel 1: B (-2 ; 0,5) • draaipunt spiegel 2: C (2,5 ; 0,5)

Gevraagd: voer stap 2 t.e.m. 5 uit: stel r_2 en s_2 op, bereken snijpunt D, en bepaal de hellingshoek τ van r_3 .

Stap 2 – vergelijking van r_2 (rico uit de gegeven hellingshoek + punt B):

$$\text{rico} = \tan \gamma = \tan(8^\circ) = 0,1405$$

$$y - (0,500) = 0,1405 \cdot (x - (-2,000))$$

$$r_2: y = 0,1405 x + 0,781$$

Stap 3 – vergelijking van s_2 (drager spiegel 2). Let op: s_2 is een **dalende** rechte $\rightarrow$ hellingshoek = $-\beta$, dus rico = $\tan(-\beta)$:

$$\text{rico} = \tan(-48^\circ) = -1,1106 \text{ (negatief!)}$$

$$y - (0,500) = -1,1106 \cdot (x - 2,500)$$

$$s_2: y = -1,1106 x + 3,277$$

Stap 4 – snijpunt D (stelsel r_2 & s_2 , gelijkstellingsmethode):

$$0,1405 x + 0,781 = -1,1106 x + 3,277$$

$$(0,1405 - (-1,1106)) x = 3,277 - 0,781 \rightarrow 1,2512 x = 2,4954$$

$$x_D = 1,9945 ; y_D = 0,1405 \cdot 1,9945 + 0,781 = 1,0614$$

$$\text{co(D)} = (1,995 ; 1,061)$$

Stap 5 – hellingshoek van r_3 (spiegelregel: hellingshoek uitgaand = $2 \cdot$ hellingshoek spiegel – hellingshoek invallend):

$$\tau = 2 \cdot (-\beta) - \gamma = 2 \cdot (-48^\circ) - 8^\circ = -104^\circ$$

$$\text{Zelfde rechte, } +180^\circ \rightarrow \tau = 76^\circ \text{ (rico } r_3 = \tan 76^\circ = 4,0108)$$

Opgave 3.2

Gegeven: hellingshoek van r_2 : $\gamma = 5^\circ$ (dit krijg je op het examen) • draaihoek spiegel 2: $\beta = 52^\circ$ • draaipunt spiegel 1: B $(-2 ; 1)$ • draaipunt spiegel 2: C $(2 ; 1)$ • de muur staat op $y = -1$
Gevraagd: voer stap 2 t.e.m. 5 uit (r_2 , s_2 , D en τ) en werk daarna af tot het sensorpunt E (stap 6–7).

Stap 2 – vergelijking van r_2 (rico uit de gegeven hellingshoek + punt B):

$$\text{rico} = \tan \gamma = \tan(5^\circ) = 0,0875$$

$$y - (1,000) = 0,0875 \cdot (x - (-2,000))$$

$$r_2: y = 0,0875 x + 1,175$$

Stap 3 – vergelijking van s_2 (drager spiegel 2). Let op: s_2 is een **dalende** rechte $\rightarrow$ hellingshoek $= -\beta$, dus rico $= \tan(-\beta)$:

$$\text{rico} = \tan(-52^\circ) = -1,2799 \text{ (negatief!)}$$

$$y - (1,000) = -1,2799 \cdot (x - 2,000)$$

$$s_2: y = -1,2799 x + 3,560$$

Stap 4 – snijpunt D (stelsel r_2 & s_2 , gelijkstellingsmethode):

$$0,0875 x + 1,175 = -1,2799 x + 3,560$$

$$(0,0875 - (-1,2799)) x = 3,560 - 1,175 \rightarrow 1,3674 x = 2,3849$$

$$x_D = 1,7441 ; y_D = 0,0875 \cdot 1,7441 + 1,175 = 1,3276$$

$$\text{co(D)} = (1,744 ; 1,328)$$

Stap 5 – hellingshoek van r_3 (spiegelregel: hellingshoek uitgaand $= 2 \cdot$ hellingshoek spiegel $-$ hellingshoek invallend):

$$\tau = 2 \cdot (-\beta) - \gamma = 2 \cdot (-52^\circ) - 5^\circ = -109^\circ$$

$$\text{Zelfde rechte, } +180^\circ \rightarrow \tau = 71^\circ \text{ (rico } r_3 = \tan 71^\circ = 2,9042)$$

Stap 6 – vergelijking van r_3 (rico $= \tan \tau$ + punt D):

$$y - (1,328) = 2,9042 \cdot (x - 1,744)$$

$$r_3: y = 2,9042 x - 3,738$$

Stap 7 – snijpunt E met de muur $y = -1$ (stelsel):

$$-1 = 2,9042 x - 3,738 \rightarrow x = 0,9426$$

$$\text{co(E)} = (0,9426 \text{ m} ; -1,000 \text{ m}) \text{ (afgerond op 4 beduidende cijfers)}$$

Zo help je als ouder bij niveau 3

- Geen tips meer. Verwijs naar de regelkaart vooraan in plaats van het antwoord te geven.
- Vraag bij elke opgave enkel: 'wat is de volgende stap volgens het stappenplan?'
- Opgave 3.2 gaat door tot E: vraag of ze de twee extra stappen (vergelijking r_3 + snijpunt met de muur) herkent als 'hetzelfde als stap 2 en stap 4'.

Niveau 4 • Moeilijker – tot aan de sensor

Volledige keten tot punt E. In opgave 4.2 is de gegeven hellingshoek γ negatief: r_2 is dan een dalende straal.

Opgave 4.1

Gegeven: hellingshoek van r_2 : $\gamma = 4^\circ$ (dit krijg je op het examen) • draaihoek spiegel 2: $\beta = 60^\circ$ • draaipunt spiegel 1: B $(-2,5 ; 1,5)$ • draaipunt spiegel 2: C $(2 ; 1,5)$ • de muur staat op $y = -2$
Gevraagd: voer stap 2 t.e.m. 5 uit (r_2 , s_2 , D en τ) en werk daarna af tot het sensorpunt E (stap 6–7).

Stap 2 – vergelijking van r_2 (rico uit de gegeven hellingshoek + punt B):

$$\text{rico} = \tan \gamma = \tan(4^\circ) = 0,0699$$

$$y - (1,500) = 0,0699 \cdot (x - (-2,500))$$

$$r_2: y = 0,0699 x + 1,675$$

Stap 3 – vergelijking van s_2 (drager spiegel 2). Let op: s_2 is een **dalende** rechte $\rightarrow$ hellingshoek $= -\beta$, dus rico $= \tan(-\beta)$:

$$\text{rico} = \tan(-60^\circ) = -1,7321 \text{ (negatief!)}$$

$$y - (1,500) = -1,7321 \cdot (x - 2,000)$$

$$s_2: y = -1,7321 x + 4,964$$

Stap 4 – snijpunt D (stelsel r_2 & s_2 , gelijkstellingsmethode):

$$0,0699 x + 1,675 = -1,7321 x + 4,964$$

$$(0,0699 - (-1,7321)) x = 4,964 - 1,675 \rightarrow 1,8020 x = 3,289$$

$$x_D = 1,8254 ; y_D = 0,0699 \cdot 1,8254 + 1,675 = 1,8025$$

$$\text{co(D)} = (1,825 ; 1,802)$$

Stap 5 – hellingshoek van r_3 (spiegelregel: hellingshoek uitgaand $= 2 \cdot$ hellingshoek spiegel $-$ hellingshoek invallend):

$$\tau = 2 \cdot (-\beta) - \gamma = 2 \cdot (-60^\circ) - 4^\circ = -124^\circ$$

$$\text{Zelfde rechte, } +180^\circ \rightarrow \tau = 56^\circ \text{ (rico } r_3 = \tan 56^\circ = 1,4826)$$

Stap 6 – vergelijking van r_3 (rico $= \tan \tau$ + punt D):

$$y - (1,802) = 1,4826 \cdot (x - 1,825)$$

$$r_3: y = 1,4826 x - 0,904$$

Stap 7 – snijpunt E met de muur $y = -2$ (stelsel):

$$-2 = 1,4826 x - 0,904 \rightarrow x = -0,7394$$

$$\text{co(E)} = (-0,7394 \text{ m} ; -2,000 \text{ m}) \text{ (afgerond op 4 beduidende cijfers)}$$

Opgave 4.2

Gegeven: hellingshoek van r_2 : $\gamma = -6^\circ$ (dit krijg je op het examen) • draaihoek spiegel 2: $\beta = 58^\circ$ • draaipunt spiegel 1: B $(-3 ; 2)$ • draaipunt spiegel 2: C $(1,5 ; 2)$ • de muur staat op $y = -1$
Gevraagd: voer stap 2 t.e.m. 5 uit (r_2 , s_2 , D en τ) en werk daarna af tot het sensorpunt E (stap 6–7).

Stap 2 – vergelijking van r_2 (rico uit de gegeven hellingshoek + punt B):

$$\text{rico} = \tan \gamma = \tan(-6^\circ) = -0,1051$$

$$y - (2,000) = -0,1051 \cdot (x - (-3,000))$$

$$r_2: y = -0,1051 x + 1,685$$

Stap 3 – vergelijking van s_2 (drager spiegel 2). Let op: s_2 is een **dalende** rechte $\rightarrow$ hellingshoek $= -\beta$, dus rico $= \tan(-\beta)$:

$$\text{rico} = \tan(-58^\circ) = -1,6003 \text{ (negatief!)}$$

$$y - (2,000) = -1,6003 \cdot (x - 1,500)$$

$$s_2: y = -1,6003 x + 4,401$$

Stap 4 – snijpunt D (stelsel r_2 & s_2 , gelijkstellingsmethode):

$$-0,1051 x + 1,685 = -1,6003 x + 4,401$$

$$(-0,1051 - (-1,6003)) x = 4,401 - 1,685 \rightarrow 1,4952 x = 2,7158$$

$$x_D = 1,8163 ; y_D = -0,1051 \cdot 1,8163 + 1,685 = 1,4938$$

$$\text{co(D)} = (1,816 ; 1,494)$$

Stap 5 – hellingshoek van r_3 (spiegelregel: hellingshoek uitgaand $= 2 \cdot$ hellingshoek spiegel $-$ hellingshoek invallend):

$$\tau = 2 \cdot (-\beta) - \gamma = 2 \cdot (-58^\circ) - (-6^\circ) = -110^\circ$$

$$\text{Zelfde rechte, } +180^\circ \rightarrow \tau = 70^\circ \text{ (rico } r_3 = \tan 70^\circ = 2,7475)$$

Stap 6 – vergelijking van r_3 (rico $= \tan \tau$ + punt D):

$$y - (1,494) = 2,7475 \cdot (x - 1,816)$$

$$r_3: y = 2,7475 x - 3,497$$

Stap 7 – snijpunt E met de muur $y = -1$ (stelsel):

$$-1 = 2,7475 x - 3,497 \rightarrow x = 0,9087$$

$$\text{co(E)} = (0,9087 \text{ m} ; -1,000 \text{ m}) \text{ (afgerond op 4 beduidende cijfers)}$$

Zo help je als ouder bij niveau 4

- Hier moet ze doorrekenen tot E zonder te stoppen na τ .
- Opgave 4.2: een negatieve hellingshoek γ betekent gewoon dat r_2 daalt; tan van een negatieve hoek is negatief. De methode blijft identiek.
- Laat haar op het einde controleren: ligt E ongeveer waar je het op een snelle schets zou verwachten? Een grove tekening voorkomt rekenfouten.

Niveau 5 • Expert

Een verticale muur en bewust 'lelijke' getallen. Reken het eindpunt af op 4 beduidende cijfers, net zoals in het 'lopend vuurtje' van de bundel.

Opgave 5.1

Gegeven: hellingshoek van r_2 : $\gamma = 7^\circ$ (dit krijg je op het examen) • draaihoek spiegel 2: $\beta = 58^\circ$ • draaipunt spiegel 1: B $(-2 ; 1)$ • draaipunt spiegel 2: C $(2,2 ; 1)$ • de muur staat op $x = 4$

Gevraagd: voer stap 2 t.e.m. 5 uit (r_2 , s_2 , D en τ) en werk daarna af tot het sensorpunt E (stap 6–7).

Stap 2 – vergelijking van r_2 (rico uit de gegeven hellingshoek + punt B):

$$\text{rico} = \tan \gamma = \tan(7^\circ) = 0,1228$$

$$y - (1,000) = 0,1228 \cdot (x - (-2,000))$$

$$r_2: y = 0,1228 x + 1,246$$

Stap 3 – vergelijking van s_2 (drager spiegel 2). Let op: s_2 is een **dalende** rechte $\rightarrow$ hellingshoek $= -\beta$, dus rico $= \tan(-\beta)$:

$$\text{rico} = \tan(-58^\circ) = -1,6003 \text{ (negatief!)}$$

$$y - (1,000) = -1,6003 \cdot (x - 2,200)$$

$$s_2: y = -1,6003 x + 4,521$$

Stap 4 – snijpunt D (stelsel r_2 & s_2 , gelijkstellingsmethode):

$$0,1228 x + 1,246 = -1,6003 x + 4,521$$

$$(0,1228 - (-1,6003)) x = 4,521 - 1,246 \rightarrow 1,7231 x = 3,2752$$

$$x_D = 1,9007 ; y_D = 0,1228 \cdot 1,9007 + 1,246 = 1,4789$$

$$\text{co(D)} = (1,901 ; 1,479)$$

Stap 5 – hellingshoek van r_3 (spiegelregel: hellingshoek uitgaand $= 2 \cdot$ hellingshoek spiegel $-$ hellingshoek invallend):

$$\tau = 2 \cdot (-\beta) - \gamma = 2 \cdot (-58^\circ) - 7^\circ = -123^\circ$$

$$\text{Zelfde rechte, } +180^\circ \rightarrow \tau = 57^\circ \text{ (rico } r_3 = \tan 57^\circ = 1,5399)$$

Stap 6 – vergelijking van r_3 (rico $= \tan \tau$ + punt D):

$$y - (1,479) = 1,5399 \cdot (x - 1,901)$$

$$r_3: y = 1,5399 x - 1,448$$

Stap 7 – snijpunt E met de muur $x = 4$ (stelsel):

$$y = 1,5399 \cdot 4 - 1,448 = 4,7116$$

$$\text{co(E)} = (4,000 \text{ m} ; 4,712 \text{ m}) \text{ (afgerond op 4 beduidende cijfers)}$$

Opgave 5.2

Gegeven: hellingshoek van r_2 : $\gamma = 9,5^\circ$ (dit krijg je op het examen) • draaihoek spiegel 2: $\beta = 62^\circ$ • draaipunt spiegel 1: B $(-1,8 ; 1,2)$ • draaipunt spiegel 2: C $(2,4 ; 1,2)$ • de muur staat op $y = -1,8$
Gevraagd: voer stap 2 t.e.m. 5 uit (r_2 , s_2 , D en τ) en werk daarna af tot het sensorpunt E (stap 6–7).

Stap 2 – vergelijking van r_2 (rico uit de gegeven hellingshoek + punt B):

$$\text{rico} = \tan \gamma = \tan(9,5^\circ) = 0,1673$$

$$y - (1,200) = 0,1673 \cdot (x - (-1,800))$$

$$r_2: y = 0,1673 x + 1,501$$

Stap 3 – vergelijking van s_2 (drager spiegel 2). Let op: s_2 is een **dalende** rechte $\rightarrow$ hellingshoek $= -\beta$, dus rico $= \tan(-\beta)$:

$$\text{rico} = \tan(-62^\circ) = -1,8807 \text{ (negatief!)}$$

$$y - (1,200) = -1,8807 \cdot (x - 2,400)$$

$$s_2: y = -1,8807 x + 5,714$$

Stap 4 – snijpunt D (stelsel r_2 & s_2 , gelijkstellingsmethode):

$$0,1673 x + 1,501 = -1,8807 x + 5,714$$

$$(0,1673 - (-1,8807)) x = 5,714 - 1,501 \rightarrow 2,0481 x = 4,2125$$

$$x_D = 2,0568 ; y_D = 0,1673 \cdot 2,0568 + 1,501 = 1,8454$$

$$\text{co(D)} = (2,057 ; 1,845)$$

Stap 5 – hellingshoek van r_3 (spiegelregel: hellingshoek uitgaand $= 2 \cdot$ hellingshoek spiegel $-$ hellingshoek invallend):

$$\tau = 2 \cdot (-\beta) - \gamma = 2 \cdot (-62^\circ) - 9,5^\circ = -133,5^\circ$$

$$\text{Zelfde rechte, } +180^\circ \rightarrow \tau = 46,5^\circ \text{ (rico } r_3 = \tan 46,5^\circ = 1,0538)$$

Stap 6 – vergelijking van r_3 (rico $= \tan \tau$ + punt D):

$$y - (1,845) = 1,0538 \cdot (x - 2,057)$$

$$r_3: y = 1,0538 x - 0,322$$

Stap 7 – snijpunt E met de muur $y = -1,8$ (stelsel):

$$-1,8 = 1,0538 x - 0,322 \rightarrow x = -1,4025$$

$$\text{co(E)} = (-1,403 \text{ m} ; -1,800 \text{ m}) \text{ (afgerond op 4 beduidende cijfers)}$$

Zo help je als ouder bij niveau 5

- Expert: de techniek is dezelfde, maar de getallen zijn rommeliger. De valkuil is te vroeg afronden.
- Opgave 5.1 heeft een **verticale** muur ($x = 4$): vraag 'wat weet je meteen over de x-coördinaat van E?' ($x = 4$). Dan enkel y berekenen.
- Laat haar pas op het allerlaatste afronden op 4 beduidende cijfers, en met volle precisie tussendoor rekenen.

Niveau 6 • Instinkers – let op de valstrikken!

Opgaven die je expres op het verkeerde been zetten: het min-teken van de spiegel, de hoek buiten $[-90^\circ, 90^\circ]$, graden-minuten-seconden, en het juiste punt bij de juiste rechte.

Nr.	Opgave	Oplossing (met tussenstappen)
6.1	Een leerling schrijft voor spiegel 2 ($\beta = 50^\circ$): rico = $\tan(50^\circ) = +1,192$. Klopt dat? Verbeter indien nodig.	Niet correct. s_2 is een dalende rechte, dus de hellingshoek is $-\beta$. rico = $\tan(-50^\circ) = -1,192$ (negatief). De rico van een dalende rechte is altijd negatief.
6.2	De spiegelregel geeft $\tau = -118^\circ$. Een leerling besluit: $\tau = -118^\circ$, dus rico = $\tan(-118^\circ)$. Wat is er aan de hand en wat is de nette hellingshoek?	Een hellingshoek noteer je tussen -90° en $+90^\circ$. -118° valt erbuiten; tel $+180^\circ$ op: $\tau = 62^\circ$. $\tan(-118^\circ) = \tan(62^\circ)$, dus de rico klopt wel, maar de hoek moet je correct noteren.
6.3	De gegeven hellingshoek is $\gamma = 53^\circ 28' 45''$. Een leerling typt $\tan(53,2845)$ in de rekenmachine. Waarom is dat fout?	$53^\circ 28' 45''$ zijn graden-minuten-seconden, géén decimale graden. Eerst omzetten: $28/60 + 45/3600 = 0,479^\circ$, dus $\gamma \approx 53,479^\circ$. Pas dan $\tan(53,479^\circ) \approx 1,349$. (Of gebruik de DMS-knop.)
6.4	Bij het opstellen van r_2 gebruikt een leerling punt C in plaats van punt B. Welke rechte hoort bij welk punt?	r_2 vertrekt uit het draaipunt van spiegel 1 $\rightarrow$ punt B. s_2 is de drager van spiegel 2 $\rightarrow$ punt C. Verwissel je B en C, dan kloppen alle volgende stappen niet meer.
6.5	Een leerling rondt de rico's af op 1 cijfer (r_2 : 0,1 ; s_2 : -1,2) en rekent daarmee D en E uit. Waarom is dat riskant?	Te vroeg afronden laat de fout doorwerken; bij D en E kan het laatste beduidende cijfer dan verschillen. Reken met volle precisie (of minstens 4 cijfers) en rond pas het eindantwoord af op 4 beduidende cijfers.
6.6	Waar of niet waar? 'De rico van r_2 is gewoon gelijk aan de draaihoek α van spiegel 1.' Verklaar.	Niet waar. De rico is tan van de hellingshoek van r_2 ($= \gamma$), niet van de draaihoek van de spiegel. γ volgt uit de weerskaatsing ($\gamma = 2\alpha - \delta$) en wordt op het examen gegeven; daarna is rico = $\tan\gamma$.

Zo help je als ouder bij niveau 6

- Instinkers – help hier vooral door te laten controleren, niet door te verbeteren.
- Oef. 6.1 en 6.2: dit zijn de twee klassieke fouten (min-teken van de dalende spiegel; hoek netjes noteren tussen -90° en 90°).
- Oef. 6.3: laat haar de DMS-knop van de rekenmachine gebruiken, of zelf omrekenen (minuten/60, seconden/3600).
- Oef. 6.4: B hoort bij r_2 , C hoort bij s_2 . Laat haar dit benoemen voor ze rekent.